

基于半理论法预测基础激励下纤维增强 悬臂梁结构应变能

李 晖, 牛 义, 常永乐, 闻邦椿
(东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘 要: 提出了半理论法预测基础激励下纤维增强悬臂梁结构应变能。首先,建立了基础激励下纤维增强复合梁结构的应变能分析模型。然后,明确了采用半理论法预测纤维增强悬臂梁应变能的相关原理,并给出预测纤维增强悬臂梁应变能的具体流程。最后,测试获得该类型梁结构在某基础激励幅度下的振动位移响应,验证所建立的应变能分析模型的正确性,可以采用半理论法来分析预测复合梁的应变能,同时还与相同尺寸的铝合金梁的预测结果进行了对比。结果证明:在相同激励幅度下,纤维增强悬臂梁的应变能相对于铝合金梁结构要低于24%~36%,可以利用应变能指标来客观评价复合结构件相对于金属构件的减振能力。

关 键 词: 半理论法; 纤维增强; 复合悬臂梁; 应变能; 基础激励

中图分类号: V214.3⁺3; TB535

文献标志码: A

Prediction of strain energy of fiber reinforced cantilever beam structure under base excitation based on semi-theoretical method

LI Hui, NIU Yi, CHANG Yongle, WEN Bangchun

(School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Semi-theoretical method was proposed to predict the strain energy of fiber reinforced cantilever beam under base excitation. Firstly, strain energy analysis model of fiber reinforced composite beam structure was established. Then, the principle of semi-theoretical method to predict strain energy of fiber reinforced cantilever beam was elaborated, and the corresponding prediction procedures of strain energy were also described. Finally, the vibration displacement responses of such composite beam structure under base excitation of certain level were measured and the correctness of strain energy analysis model was verified. It was proved that the semi-theoretical method can be used to analyze and predict the strain energy of composite beams, and the predicted results were also compared with those of aluminum alloy beams with the same dimension parameters of such composite beams. It can be found that the strain energy of fiber reinforced cantilever beam was 24%—36% lower than that of aluminum alloy beam under the same excitation amplitude, and strain energy index indeed can be used to evaluate the damping capacity of composite structure compared with metal structure.

收稿日期: 2016-06-11

基金项目: 国家自然科学基金(51505070); 中央高校基本科研业务费专项资金(N150304011);

国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ470765)

作者简介: 李晖(1982—),男,讲师,博士后,主要从事纤维增强复合薄壁构件振动特性研究。E-mail:lh200300206@163.com

引用格式: 李晖,牛义,常永乐,等. 基于半理论法预测基础激励下纤维增强悬臂梁结构应变能[J]. 航空动力学报,2017,32(11): 2687-2694. LI Hui, NIU Yi, CHANG Yongle, et al. Prediction of strain energy of fiber reinforced cantilever beam structure under base excitation based on semi-theoretical method[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(11): 2687-2694.

Key words: semi-theoretical method; fiber reinforced; composite cantilever beam; strain energy; base excitation

纤维增强复合材料比强度高、比模量高、热稳定性好,还有一定的阻尼减振能力,因此被广泛应用于航空、航天、汽车工业、船舶、体育器械与兵器工业等重要领域^[1-2]。目前,工程实际中存在大量通过该类型材料制成的典型纤维增强梁结构件,如用于飞机尾翼、襟翼、副翼等部位的梁结构,它们通常会受到基础激励载荷的影响而出现振动超标、疲劳失效等问题。另外,由于纤维增强复合材料的阻尼参数呈现非线性特点,其与纤维方向、外界激励能量、激励频率等因素密切相关^[3-5],到目前为止,学术及工程界尚未建立一种完备而有效的阻尼特性分析与预测方法。因此,关于该类型复合材料及其结构的阻尼及其减振相关问题的研究还应进一步深入。

目前,工程中常用阻尼测试及评价方法包括半功率带宽法、自由振动衰减法、自相关法、模态拟合法等,但它们在面向具有各向异性及非线性特点的复合材料结构系统时,还存在精度差、处理复杂、计算所需的波形获取困难等问题^[6]。复合材料结构系统的应变能表征了结构中储存能量的大小,该指标还与疲劳寿命密切相关,可以在一定程度上可以反映复合结构材料系统的阻尼性能,为此,广大研究人员和学者们对纤维增强复合结构的应变能开展了许多研究工作。Adams 和 Bacon^[7]在 1973 年首先提出了单向纤维增强复合材料阻尼的宏观力学模型,后来称之为 Adams-Bacon 阻尼准则,他们认为应变能与复合结构阻尼之间存在必然联系,并将复合材料阻尼能力定义为损耗能量与储存的应变能的比率。Gibson^[8]采用单自由度曲线拟合、自由振动、强迫振动三种方法对不同悬臂状态下的纤维增强复合梁结构的阻尼特性进行了测试,并研究了纤维方向、体积分数对其应变能和损耗因子的影响。Mahi 等人^[9]基于经典层合板理论,考虑了纤维方向的影响,理论推导了各向异性复合梁和薄板结构的应变能表达式,进而研究了玻璃纤维复合结构阻尼特性随激励频率和纤维方向的变化规律。杨加明等人^[10]既考虑面内应变能又考虑横向剪切应变能,利用 Ritz 法分析了复合材料层和黏弹性层构成的复合薄板的应变能,发现黏弹性层和复合材料层的弹性模量的差距对整个结构系统的应变能分布和阻尼性能有着重要影响。张少辉等人^[11]应用基于

应变能的有限元方法研究了纤维增强层合板的阻尼特性,并通过模态分析法计算获得了该类型结构的应变能。范正伟等人^[12]应用基于模态应变能的损伤识别方法对复合材料层合板的层间损伤进行定位研究,通过有限元数值模拟,验证了模态应变能方法在复合材料层合板定位层间损伤的有效性。罗忠等人^[13]基于模态应变能原理,利用 Abaqus 有限元软件,通过集合单元的应力和应变的信息,计算得到各向异性层合板的应变能分量。孙伟等人^[14]基于修正模态应变能法,对涂层复合结构的阻尼性能进行了预估。除此之外,还有一些学者利用应变能来衡量复合结构的疲劳特性。赵建华等人^[15]测量和分析了含表面缺口的玻璃纤维/环氧树脂正交层压板的疲劳寿命特征及脱层扩展规律。孙志刚等人^[16]考虑界面相与界面层效应的力学简化模型,结合临界基体应变能准则确定基体裂纹间距、界面脱黏长度和纤维失效百分数。Whitcomb 和 Shivakumar^[17]研究了纤维增强复合薄板分层破坏与应变能释放率的关系。

虽然人们已经对纤维增强复合结构的应变能进行了深入研究,但上述研究工作绝大多数偏重理论研究。通常,单纯的理论研究往往建立在许多假设条件上:一方面无法考虑由材料及其结构制备工艺、边界条件等因素引起的误差;另一方面也与测试实践联系不紧密,并且未基于实际的测试数据修正理论模型。为此,有必要继续研究应变能的相关分析及预测方法,以便可以利用应变能指标来评价复合结构件相对于金属构件的减振能力。

本文通过理论联系实际的方式,采用半理论法来预测基础激励下纤维增强悬臂梁结构应变能。首先,建立了基础激励下纤维增强复合梁结构的应变能分析模型;然后,明确了采用半理论法预测纤维增强悬臂梁应变能的相关原理;接着,给出了预测纤维增强悬臂梁应变能的具体流程;最后进行了实验验证,测试并获得了某基础激励幅度下复合悬臂梁的振动位移响应,验证了所建立的应变能分析模型的正确性,可以采用了半理论法来分析预测复合梁的应变能,同时还与相同尺寸的铝合金梁的预测结果进行了对比。实践证明,利用应变能指标可以客观评价复合结构件相对于金属构件的减振能力。

1 应变能分析模型的建立

由于在求解纤维增强梁应变能问题时,需要考虑其横向剪切的影响,因此本文引入剪切修正因子(详见公式推导),并基于 Timoshenko 梁理论来建立基础激励下纤维增强复合梁结构的应变能分析模型^[18],如图 1 所示,该结构处于一端约束、一端自由的悬臂状态。首先,假设 x, y, z 为系统坐标系; x', y', z 为 x 轴与纤维方向重合的坐标系,且 x 轴恰好位于梁结构的中性轴,其与纤维方向 x' 的夹角为 ψ ; G_{12}, G_{13}, G_{23} 为切变模量; E_1 与 E_2 分别为平行纤维方向和垂直纤维方向的弹性模量; ν_{12} 和 ν_{21} 为泊松比。同时,纤维与基体的每一层位于 z 坐标轴较低表面 Z_k 和较高表面 Z_{k+1} 之间,每层的厚度均相同,一共铺设 n 层,纤维增强悬臂梁的长度为 l ,宽度为 b ,厚度为 h ,密度为 ρ ,单位长度的质量为 m_s 。假定其受到基础激励的横向振动输出信号为 $u(t) = U_g e^{i\omega t}$ 的作用(ω 为激振角频率, U_g 为激励幅度),且复合梁结构上某点的动态位移响应 $\Delta(x, t)$ 可由沿 z 方向的弯曲位移响应 $w(x, t)$ 和由弯曲变形引起的 y, z 横截面转角位移响应 $\phi(x, t)$ 叠加而成。

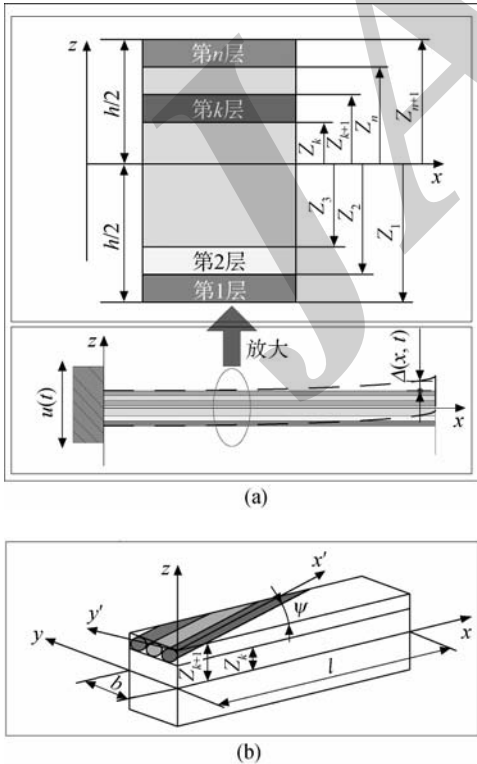


图 1 纤维增强悬臂梁的应变能分析模型

Fig. 1 Strain energy analysis model of fiber reinforced cantilever beam

由 Timoshenko 梁理论可知,纤维增强梁结构在 x, y, z 三个方向的位移 u_1, u_2, u_3 可以简化为

$$\begin{aligned} u_1 &= u(x) - z\phi(x), \\ u_2 &= 0, \quad u_3 = w(x) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $w(x), u(x), \phi(x)$ 分别为复合材料梁结构的 z 向位移、中面轴向位移以及 y 轴和 z 轴所在横截面的转角位移。

根据 Timoshenko 梁理论,可以认为在纤维增强梁的应变中 $\epsilon_y = \gamma_{yz} = \gamma_{xy} = \chi_x = \chi_y = 0$, 因此,其本构方程可以写为

$$\sigma^k = \begin{bmatrix} \sigma_x^k \\ \tau_{xz}^k \\ m_{xy}^k \\ m_{yx}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{44}^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^k & \bar{Q}_{55}^k \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^k & \bar{Q}_{55}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \gamma_{xz} \\ \chi_{xy} \\ \chi_{yx} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 σ^k 为纤维增强梁第 k 层各个方向的应力, Q^k 为第 k 层的刚度矩阵,其表达式如下:

$$\begin{aligned} Q_{11}^k &= m^4 C_{11} + n^4 C_{22} + 2m^2 n^2 (C_{12} + 2C_{66}) \\ Q_{44}^k &= m^2 C_{44} + n^2 C_{55} \\ \bar{Q}_{44}^k &= C_{44} \zeta_{kb}^2 m^2 (m^2 - n^2) - C_{55} \zeta_{km}^2 n^2 (m^2 - n^2) + \\ &\quad 2m^2 n^2 (C_{55} \zeta_{kb}^2 + C_{44} \zeta_{km}^2) \\ \bar{Q}_{55}^k &= C_{55} \zeta_{km}^2 m^2 (m^2 - n^2) - C_{44} \zeta_{kb}^2 n^2 (m^2 - n^2) + \\ &\quad 2m^2 n^2 (C_{55} \zeta_{kb}^2 + C_{44} \zeta_{km}^2) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $m = \cos \psi^k, n = \sin \psi^k, \psi^k$ 为第 k 层纤维与 x 轴的夹角, ζ_{kb} 是与 $\partial \theta_x / \partial x'$ 和 $\partial \theta_y / \partial x'$ 有关的第 k 层纤维材料长度尺度参数,而 ζ_{km} 则是与 $\partial \theta_y / \partial y'$ 和 $\partial \theta_x / \partial y'$ 有关的纤维材料长度尺度参数, C 为刚度矩阵,具体表达式如下:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}^2 \nu_{21}^2}, \quad C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}^2 \nu_{21}^2}, \\ C_{12} &= C_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}^2 \nu_{21}^2}, \quad C_{44} = G_{13}, \\ C_{55} &= G_{23}, \quad C_{66} = G_{12}, \quad \nu_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{E_1} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 θ_x 与 θ_y 分别为系统坐标系下 x 轴与 y 轴的转角,其表达式如下:

$$\theta_x = 0, \quad \theta_y = -\frac{1}{2} \left(\phi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (5)$$

对于正交各向异性材料,其第 k 层纤维方向角 $\psi^k = 0$ 或 $\psi^k = \pi/2$, 所以 $mn = 0$ 。而对于纤维增强复合梁, ζ_{kb} 远大于 ζ_{km} , 可以假设 $\zeta_{km} = 0$, 所以式(3)可以进一步简化为

$$\begin{aligned} Q_{11}^k &= m^4 C_{11} + n^4 C_{22} & Q_{44}^k &= m^2 C_{44} + n^2 C_{55} \\ \bar{Q}_{44}^k &= C_{44} \zeta_{kb}^2 m^4 & \bar{Q}_{55}^k &= C_{44} \zeta_{kb}^2 n^4 \end{aligned} \quad (6)$$

纤维增强梁的应变 ϵ 表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \chi_{xy} \\ \chi_{yx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ -\phi + \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据最小势能原理

$$\delta U - \delta W = 0 \quad (8)$$

其中 δU 为总应变能, δW 为外力功。
总应变能 δU 的表达式为

$$\begin{aligned} \delta U = \int_0^l b \left[\sum_{k=1}^n \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (\sigma_x^k \delta \varepsilon_x + \tau_{xz}^k \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz}^k \delta \gamma_{yz} + m_{xy}^k \delta \chi_{xy} + m_{yx}^k \delta \chi_{yx}) dz \right] dx = \\ \int_0^l \left[-\frac{\partial N}{\partial x} \delta u + \left(\frac{\partial M}{\partial x} - T + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} \right) \delta \phi - \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) \delta w \right] dx + \\ \left[N \delta u + \left(T + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} \right) \delta w - \left(M + \frac{1}{2} Y \right) \delta \phi - \frac{1}{2} Y \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \Bigg|_{x=0}^{x=l} \end{aligned} \quad (9)$$

其中轴向力 N , 横向剪切力 M , 正应力弯矩 T 和剪应力弯矩 Y , 可以用式(10)进行统一表示

$$(N, M, T, Y) = b \sum_{k=1}^n \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (\sigma_x^k, z \sigma_x^k, \tau_{xz}^k, m_{xy}^k) dz \quad (10)$$

$$\begin{aligned} N &= Q'_{11} \frac{\partial u}{\partial x} - \bar{J}_{11} \frac{\partial \phi}{\partial x} & M &= \bar{J}_{11} \frac{\partial u}{\partial x} - \bar{I}_{11} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ T &= Q'_{44} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \phi \right) & Y &= -\frac{1}{2} Q''_{44} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

外力功 δW 的表达式为

其中

$$\begin{aligned} \delta W = \int_0^l (f_u \delta u + f_w \delta w + f_c \delta \theta_y) dx + \\ (\bar{N} \delta u + \bar{T} \delta w + \bar{M} \delta \phi) \Bigg|_{x=0}^{x=l} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} Q'_{11} &= b \sum_{k=1}^n (Z_{k+1} - Z_k) Q_{11}^k \\ \bar{J}_{11} &= b \sum_{k=1}^n \left(\frac{Z_{k+1}^2 - Z_k^2}{2} \right) Q_{11}^k \\ \bar{I}_{11} &= b \sum_{k=1}^n \left(\frac{Z_{k+1}^3 - Z_k^3}{3} \right) Q_{11}^k \\ Q'_{44} &= b \sum_{k=1}^n (Z_{k+1} - Z_k) Q_{44}^k \\ Q''_{44} &= b \sum_{k=1}^n (Z_{k+1} - Z_k) \bar{Q}_{44}^k \end{aligned} \quad (16)$$

其中 f_u 、 f_w 为沿 x 轴的单位长度时 x 方向和 z 方向对应的体积力分量, f_c 为沿 x 轴的单位体积时 y 方向对应的体积力, $\bar{N}$ 、 $\bar{M}$ 、 $\bar{T}$ 、 $\bar{Y}$ 分别为与其对应的轴向力、横向剪切力、正应力弯矩和剪应力弯矩。

忽略体积力的影响下, 将式(9)和式(11)代入式(8)可得

纤维增强悬臂梁的边界条件需满足

$$\begin{aligned} \text{固支端} \quad x=0, u=w=\phi=0 \\ \text{自由端} \quad x=l, \bar{N}=0, \bar{M}=0, \bar{T}=0, \bar{Y}=0 \end{aligned} \quad (17)$$

将式(15)代入式(12), 结合悬臂边界条件可得纤维增强悬臂梁系统的振动控制方程

$$\begin{aligned} \delta u: \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 0 \\ \delta w: \quad k_s \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = 0 \\ \delta \phi: \quad \frac{\partial M}{\partial x} - k_s T + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} = 0 \\ \delta u: \quad N = \bar{N} \\ \delta w: \quad k_s T + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} = \bar{T} \\ \delta \phi: \quad M + \frac{1}{2} Y = -\bar{M} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q'_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \bar{J}_{11} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \\ k_s Q'_{44} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{1}{4} Q''_{44} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = 0 \\ -\bar{J}_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \bar{I}_{11} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_s Q'_{44} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \phi \right) + \\ \frac{1}{4} Q''_{44} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

在此, 为了考虑横向剪切的影响, 引入剪切修正因子 k_s , 并将其定义为

$$k_s = \frac{5 + 5\nu_{12}}{6 + 5\nu_{12}} \quad (14)$$

将式(2)和式(7)代入式(10)可得

由于纤维增强梁每层的厚度是相等的, 因此 $\bar{J}_{11}=0$ 。根据式(18)的第一个方程, 可得 $u =$

$u(x) = 0$ 。

按模态叠加法,纤维增强悬臂梁在 z 方向的弯曲位移响应的解析式可表示为

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j(x) q_j(t) \tag{19}$$

其中 $Y_j(x), q_j(t)$ 分别为悬臂梁的第 j 阶模态振型函数和正则坐标。

y 轴和 z 轴横截面的转角位移解析式为

$$\phi(\bar{x}) = D_m \sin(\beta_j \bar{x}) \tag{20}$$

其中 $\bar{x}$ 为与系统坐标 x 有关的无量纲位移, $\bar{x} = x/l$ 。

选择满足边界条件的纤维增强悬臂梁振型函数:

$$Y_j(\bar{x}) = D_n \{ \cosh(\beta_j \bar{x}) - \cos(\beta_j \bar{x}) + \alpha_j [\sinh(\beta_j \bar{x}) - \sin(\beta_j \bar{x})] \} \tag{21}$$

其中 D_m, D_n 是与激励幅度有关的参数, β_j 为与固有频率相关的参数, α_j 表达式如下:

$$\alpha_j = - \frac{\cos(\beta_j \bar{x}) + \cosh(\beta_j \bar{x})}{\sin(\beta_j \bar{x}) + \sinh(\beta_j \bar{x})} \tag{22}$$

将式(19)代入式(18),并利用振型的正交性,可获得纤维增强悬臂梁系统在正则坐标下的解为

$$q_j(t) = A_j e^{i(\omega t - \lambda_j)} \tag{23}$$

其中 A_j 第 j 阶正则坐标的响应幅度, λ_j 第 j 阶正则坐标的相位差角。

$$A_j = \frac{\int_0^l -m_s \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} Y_j(x) dx}{\sqrt{(\omega_j^2 - \omega^2)^2 + (\omega_j^2 \eta_j)^2}} \tag{24}$$

$$\lambda_j = \arctan \frac{\eta_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \tag{25}$$

其中 η_j 为第 j 阶损耗因子, m_s 为纤维增强梁的模式质量,可通过振型函数获得; ω_j 为纤维增强梁的第 j 阶固有频率,具体求解式为

$$\omega_j = \beta_j^2 h \sqrt{\frac{E^*}{12\rho}} \tag{26}$$

其中 E^* 是由 $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$ 确定的材料参数。

将式(20)与式(23)代入式(19),可得弯曲位移响应的表达式:

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j A_j e^{i(\omega t - \lambda_j)} = H_o e^{i(\omega t - \lambda)} \tag{27}$$

其中 H_o 为纤维增强梁结构在系统坐标下的弯曲位移响应幅度, $H_o = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j A_j; o = 1, 2, \dots, j$ 。

将式(27)代入纤维增强悬臂梁振动控制方程(18),可得转角位移响应的表达式

$$\phi(x,t) = H_o \sin(\beta_j x) \tag{28}$$

为了获取纤维增强悬臂梁应变能,只需将式(27)和式(28)带入到式(9)中,经过进一步简化,可最终获得由 $w(x,t)$ 和 $\phi(x,t)$ 求解纤维增强悬臂梁总应变能 δU 的表达式为

$$\delta U = \int_0^l b \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left[Q_{11}^k \left(z \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + Q_{44}^k \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \phi \right)^2 + \frac{\bar{Q}_{44}^k}{4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right] dz dx \tag{29}$$

2 预测原理

图 2 为利用半理论法预测纤维增强悬臂梁应变能原理的示意图,这里主要涉及三个映射和一个修正过程,其中三个映射分别为:①测试中采用的基础激励幅度与应变能分析模型中采用的基础激励幅度之间的映射;②测试获得的位移响应与分析模型计算获取的位移响应之间的映射;③分析模型的计算过程与实验测试过程的映射。

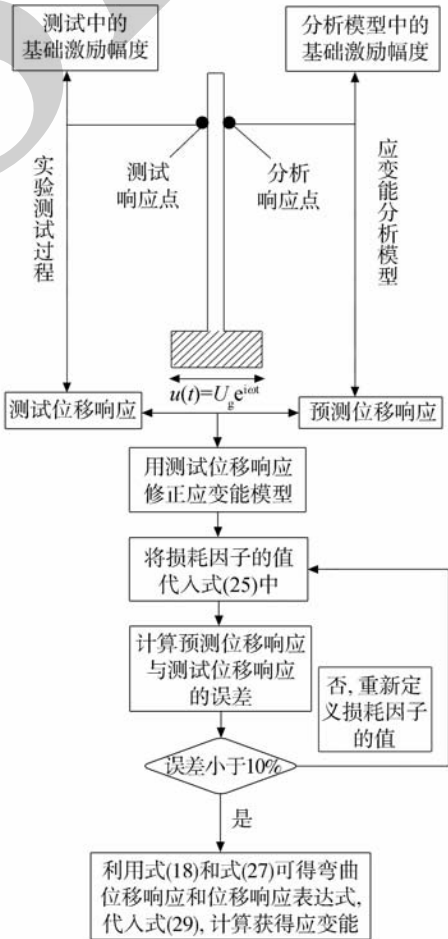


图 2 纤维增强悬臂梁结构的应变能预测原理示意图
Fig. 2 Flow chart of strain energy prediction principle of fiber reinforced cantilever beam structure

一个修正过程,即用建立好的纤维增强悬臂梁应变能分析模型来计算某激励幅度下的位移响应,由于模型中的位移响应主要由复合梁的损耗因子所决定的,因此只需修正复合梁的损耗因子的值,当梁上分析响应点的计算结果与测试响应点的实际结果一致时,即完成修正过程。便可通过第 1 节的式(29)来计算纤维增强悬臂梁应变能,进而可以利用应变能数据,客观评价复合结构件相对于金属构件的减振能力。

3 预测流程

在第 2 节明确了基于半理论法预测纤维增强悬臂梁应变能的原理,接下来利用 Matlab 软件,编写了相应的计算程序,并结合实验数据进行修正,具体预测流程可分为如下几个步骤。

1) 组配纤维增强悬臂梁振动测试系统

将振动台作为复合梁结构的基础激励设备,并采用激光多普勒测振仪获得梁上某一测点的振动响应。同时,利用采集控制器和高性能笔记本电脑进行振动响应数据的采集、处理和分析,从而完成纤维增强悬臂梁振动测试系统的组配。

2) 进行各阶固有频率测试

利用振动台对复合梁结构进行扫频激励,并记录激光测点获得的响应信号的频域响应图,通过辨识图中的最大响应点,来获取各阶固有频率。上述固有频率结果主要用于修正应变能分析模型。

3) 进行位移响应测试

采用振动台对该复合梁进行共振激励和非共振激励,使用激光多普勒测振仪来测试其位移响应(可以将测试获得的振动速度数据通过一次积分方法转化为位移幅值),并记录测试中所采用的基础激励幅度。

4) 创建应变能分析模型并通过实验数据修正

利用 Matlab 软件,按照第 1 节的公式推导,建立应变能分析模型。首先输入纤维增强悬臂梁的几何及材料参数来计算获取梁结构的固有频

率,并与实验测试的固有频率结果进行对比,用实验结果修正理论模型中的材料及几何参数,直到理论模型的频率计算结果与测试结果的误差处于可接受范围内(例如 5%~10%),然后在与步骤 3)中相同的基础激励幅度下,利用该模型计算位移响应,并与测试获得的位移响应进行对比,调整模型中各阶损耗因子输入值,直到计算的响应结果与测试结果的误差处于可接受范围内,从而完成理论模型的修正。

5) 用修正后的应变能模型预测复合梁的应变能

将给定的基础激励幅度代入修正后的应变能分析模型,首先,利用式(18)和式(27)可得弯曲位移响应 $w(x,t)$ 和转角位移响应 $\phi(x,t)$ 表达式,进一步,将其代入式(29)可计算获得复合梁的应变能,从而达到用修正后的应变能分析模型预测复合梁应变能的目的。

4 实验验证

本文以 TC500 碳纤维/树脂基复合悬臂梁为例,对其应变能进行分析与预测,该纤维增强复合梁共有 11 层,为对称正交铺设,即 $[(90^\circ/0^\circ)_2 90^\circ/0^\circ/90^\circ(0^\circ/90^\circ)_2]$,每个铺层具有相同的厚度和纤维体积分数,具体材料参数及几何参数如表 1 所示。

测试时复合梁的夹持长度为 20 mm,激光测点位于距该梁结构自由端 5 mm 的位置,按照第 3 节论述的方法组配如图 3 所示的纤维增强悬臂梁应变能测试系统,所涉及的仪器详见表 2。

首先,利用所组配的应变能测试系统进行纤维增强悬臂梁各阶固有频率的测试,测试结果见表 3 所示。输入几何及材料参数,并通过应变能分析模型计算获取固有频率,其结果也一并列入表 3 中。通过与测试获得的频率结果进行对比可知,计算误差小于 1.1%,处于在可以接受的范围内,故可以用应变能模型来预测纤维增强悬臂梁的振动位移响应。

然后,在上述固有频率处,利用振动台激发复合梁结构达到共振状态,并在 0.5g(g 为重力加

表 1 纤维增强复合梁的相关尺寸及材料参数
Table 1 Geometrical and material parameters of fiber reinforced composite beam

材料类型	长度 <i>l</i> /mm	宽度 <i>b</i> /mm	厚度 <i>h</i> /mm	弹性模量 <i>E</i> ₁ /GPa	弹性模量 <i>E</i> ₂ /GPa	切变模量 <i>G</i> ₁₂ /GPa	泊松比 <i>ν</i>	密度 <i>ρ</i> /(kg/m ³)
TC500 碳纤维/树脂基	300	30	2	119	8.7	4	0.32	1618

速度)的激励幅度下,使用激光多普勒测振仪来获取其振动响应,测试获得的位移响应结果如表 4 所示。同时,利用 Matlab 程序计算获得纤维增强悬臂梁的位移响应,并调整模型中各阶损耗因子输入值,直到两者的误差满足要求,相应的计算结果及其误差也一并列入表 4 中。

由表 4 可以看出,纤维增强悬臂梁振动位移响应的计算与测试结果相差不大,响应计算误差

表 4 理论计算及实验获得纤维增强悬臂梁的
振动位移响应及其误差

Table 4 Calculated and measured vibration displacement
responses of fiber reinforced cantilever beam
and their errors

阶次	振动位移响应/ μm		误差/%
	计算	实验	
1	735	772	-4.8
2	9.3	10	-7
3	7.2	6.8	5.9
4	0.39	0.36	8.3
5	0.15	0.14	7.1

小于 10%,从而验证了应变能分析模型的正确性。最后,通过修正后的应变能模型及相应的 Matlab 计算程序来分析预测复合梁结构的总应变能,结果如表 5 所示,同时,还利用上述程序对相同尺寸的铝合金梁的应变能进行了计算,相应的结果及偏差也一并列入表 5 中。通过对比两种不同材料的梁结构的预测结果可知,纤维增强悬臂梁的应变能相对于铝合金梁结构要低 24%~36%。在相同的激励幅度下,复合梁的应变能明显低于金属梁的应变能,说明复合梁的减振能力优于金属梁。

表 5 纤维增强悬臂梁与铝合金梁的应变能预测结果

Table 5 Predicted strain energy results of fiber reinforced
cantilever beam and aluminum alloy beam

固有频率/Hz		应变能/J		应变能 偏差/%
复合梁	铝合金梁	复合梁	铝合金梁	
18.1	18.3	1038	1372	-24.3
110.3	114.6	248.4	347.6	-28.5
297.5	321.2	327.6	472.2	-30.6
561.0	630.1	129.2	194.8	-33.7
943.3	1043	49.9	77.4	-35.5

5 结 论

本文采用半理论法来预测基础激励下纤维增强悬臂梁结构应变能。首先,建立了基础激励下纤维增强复合梁结构的应变能分析模型,并以 TC500 碳纤维/树脂基复合悬臂梁为例,通过实际测试验证了所建立的应变能分析模型的正确性。同时,还与相同尺寸的铝合金梁的应变能预

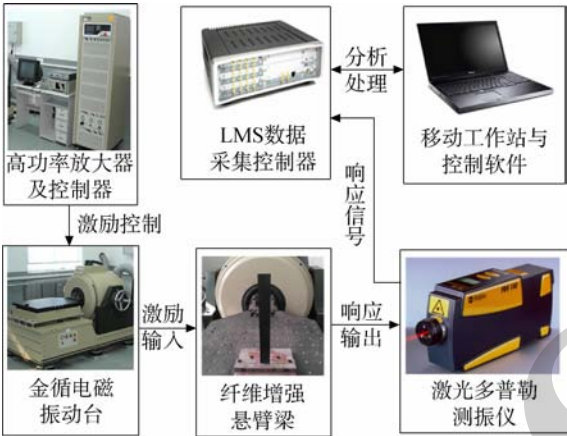


图 3 纤维增强悬臂梁应变能测试系统

Fig. 3 Test system of strain energy of fiber reinforced
cantilever beam

表 2 纤维增强悬臂梁应变能测试所用的相关仪器

Table 2 Equipments used in the test of strain energy of
fiber reinforced cantilever beam

序号	名称
1	金盾 EM-1000F 电磁振动台
2	高功率放大器及多功能控制器
3	Polytec PDV-100 激光测振仪
4	LMS 16 通道便携式数据采集前端控制器

表 3 纤维增强悬臂梁的固有频率计算及实验结果对比

Table 3 Calculated and measured natural frequencies of
fiber reinforced cantilever beam and their errors

阶次	固有频率/Hz		误差/%
	计算	实验	
1	18.1	17.9	1.1
2	110.3	109.4	0.8
3	297.5	296.0	0.5
4	561.0	555.8	0.9
5	943.3	936.5	0.7

测结果进行了对比,在相同激励幅度下,该类型复合梁结构的应变能相对于铝合金梁结构要低 24%~36%,可以利用应变能指标来客观评价复合结构件相对于金属构件的减振能力。

参考文献:

[1] CHANDRA R, SINGH S P, GUPTA K. Damping studies in fiber-reinforced composites: a review [J]. Composite Structures, 1999, 46(1): 41-51.

[2] TREVISIO A, VAN GENECHTEN B, MUNDO D, et al. Damping in composite materials: properties and models [J]. Composites Part B: Engineering, 2015, 78: 144-152.

[3] LIN Dunxiang, NI Ronggen, ADAMS R D. The finite element technique for predicting the natural frequencies mode shapes and damping values of filamentary composite plates [J]. Mathematics and Mechanics, 1986, 7(2): 197-213.

[4] BERTHELOT J M. Damping analysis of laminated beams and plates using the Ritz method [J]. Composite Structures, 2006, 74(2): 186-201.

[5] 李明俊, 苏媛, 孙向春, 等. 层合阻尼结构各向异性设计之阻尼特性分析[J]. 复合材料学报, 2002, 19(3): 94-97.

LI Mingjun, SU Yuan, SUN Xiangchun, et al. Anisotropic design and its damping analysis of laminated damped structure [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2002, 19(3): 94-97. (in Chinese)

[6] 刘进明, 应怀樵, 沈松. 阻尼参数测试方法的研究[R]. 北京: 全国振动工程及应用学术会议, 2002.

[7] ADAMS R D, BACON D G C. Effect of fiber orientation and laminate geometry on the dynamic properties of CFRP [J]. Journal of Composite Materials, 1973, 7(4): 402-428.

[8] GIBSON R F. Damping characteristics of composite materials and structures [J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 1992, 1(1): 11-20.

[9] MAHI A E, ASSARAR M. Damping analysis of orthotropic composite materials and laminates [J]. Composites Part B: Engineering, 2008, 39(7/8): 1069-1076.

[10] 杨加明, 钟小丹, 李明俊. 用 Ritz 法分析复合材料夹杂黏弹性阻尼材料的应变能 [J]. 复合材料学报, 2009, 26(2): 206-209.

YANG Jiaming, ZHONG Xiaodan, LI Mingjun. Strain energy analysis of composite materials with interleaved viscoelastic damping layers by Ritz method [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2009, 26(2): 206-209. (in Chinese)

[11] 张少辉, 陈花玲, 梁天锡. 纤维增强树脂基复合材料阻尼特

性的数值模拟 [J]. 航空材料学报, 2004, 24(3): 10-14.

ZHANG Shaohui, CHEN Hualing, LIANG Tianxi. Numerical simulation on the damping characteristic of fiber reinforced composite [J]. Journal of Aeronautical Materials, 2004, 24(3): 10-14. (in Chinese)

[12] 范正伟, 姜建华, 王学琴. 基于模态应变能的复合材料板层间损伤定位研究 [J]. 工程塑料应用, 2014, 42(8): 43-47.

FAN Zhengwei, JIANG Jianhua, WANG Xueqin. Research on strain energy damage detection method to interlaminar damage of composite laminates [J]. Engineering Plastics Application, 2014, 42(8): 43-47. (in Chinese)

[13] 罗忠, 杨坤, 梅志远. 纤维增强复合材料动力学固有特性及阻尼特性分析 [J]. 材料导报, 2013, 27(21): 126-132.

LUO Zhong, YANG Kun, MEI Zhiyuan. The analysis of the dynamic natural characteristics and damping of the GFRP laminate composite [J]. Materials Review, 2013, 27(21): 126-132. (in Chinese)

[14] 孙伟, 郝春磊, 张洪浩, 等. 基于修正模态应变能法的硬涂层薄板阻尼性能预估 [J]. 东北大学学报 (自然科学版), 2014, 35(4): 551-554.

SU Wei, HAO Chunlei, ZHANG Honghao, et al. Modified modal strain energy method used for predicting damping characteristics of hard-coating thin plate [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2014, 35(4): 551-554. (in Chinese)

[15] 赵建华, 杨余旺. 含表面缺口玻纤/环氧正交层压板的疲劳特性 [J]. 实验力学, 1993, 8(4): 303-310.

ZHAO Jianhua, YANG Yuwang. Fatigue behavior of glass fiber/epoxy cross-ply laminates with a surface notch [J]. Journal of Experimental Mechanics, 1993, 8(4): 303-310. (in Chinese)

[16] 孙志刚, 李龙彪, 朱彬, 等. 界面层参数对陶瓷基复合材料单轴拉伸行为的影响 [J]. 航空动力学报, 2010, 25(3): 597-602.

SUN Zhigang, LI Longbiao, ZHU Bin, et al. Effect of interface layer parameters on uniaxial tensile behavior of ceramic matrix composites [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(3): 597-602. (in Chinese)

[17] WHITCOMB J D, SHIVAKUMAR K N. Strain-energy release rate analysis of plates with postbuckled delaminations [J]. Journal of Composite Materials, 1989, 23(7): 714-734.

[18] 铁摩辛柯, 杨, 小韦孚. 工程中的振动问题 [M]. 胡人礼, 译. 北京: 人民铁道出版社, 1978.

(编辑: 陈 越)